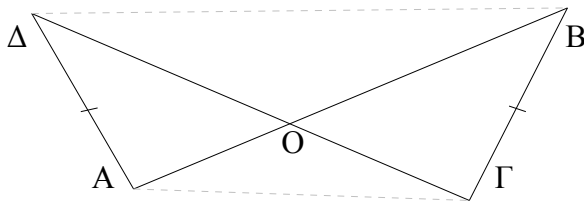
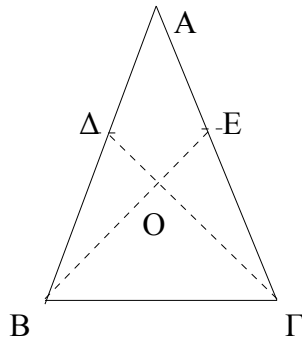


ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Δίνονται δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$, τέτοια ώστε $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$ και $\mu_\alpha = \mu_{\alpha'}$. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα είναι ίσα.
2. Σε ένα τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι $AB=AD$ και $\Gamma B=\Gamma\Delta$. Να αποδειχθεί ότι οι διαγώνιοι είναι κάθετες, δηλαδή $A\Gamma \perp B\Delta$.
3. Ένα σημείο A εσωτερικό ενός κύκλου (O, R) ισαπέχει από δύο σημεία B και Γ του κύκλου. Να αποδειχθεί ότι $AO \perp B\Gamma$.
4. Σε ένα τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι $A\Delta=B\Gamma$ και $\hat{A}=\hat{\Gamma}$. Να αποδειχθεί ότι $\hat{A}=\hat{B}$
5. Στο παρακάτω σχήμα είναι $AB=\Gamma\Delta$ και $A\Delta=B\Gamma$. Να αποδειχθεί ότι τα τρίγωνα $O\Delta\Delta$ και $O\Gamma\Gamma$ είναι ίσα.



6. Στις ίσες πλευρές AB και $A\Gamma$ ενός ισοσκελούς τριγώνου παίρνουμε τα σημεία Δ και E αντίστοιχα, ώστε $A\Delta = AE$. Αν οι ευθείες BE και $\Gamma\Delta$ τέμνονται στο σημείο O να αποδειχθεί ότι $AO \perp B\Gamma$.



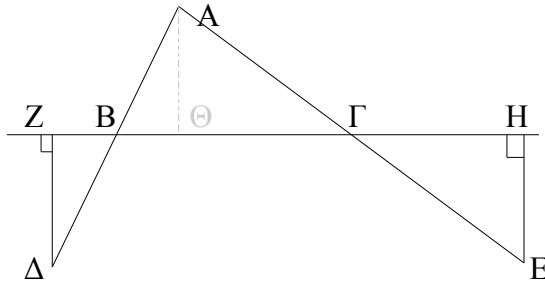
7. Σε ένα τρίγωνο είναι $\hat{B}=2\hat{\Gamma}$ και $\alpha = 2\gamma$. Να αποδειχθεί ότι $\hat{A}=90$. [Υποδ: Φέρε τη διχοτόμο $B\Delta$ και τη διάμεσο ΔM του τριγώνου $B\Delta\Gamma$]
8. Δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Delta E Z$ έχουν $AB = \Delta E$, $A\Gamma = \Delta Z$ και τις διαμέσους AM και ΔN ίσες. Να αποδειχθεί ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Delta E Z$ είναι ίσα. [Υποδ: Προέκτεινε τις AM και ΔN κατά ίσα τμήματα]

Ορθογώνια Τρίγωνα

9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A}=90$, διχοτόμο $B\Delta$ και $\Delta E \perp B\Gamma$. Έστω Z το σημείο

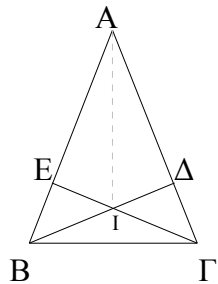
στο οποίο η ευθεία $E\Delta$ τέμνει την προέκταση της BA . Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Gamma Z$ είναι ισοσκελές. [Υπόδ: Σύγκρινε τα $AZ\Delta$ και $\Delta E\Gamma$]

10. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Οι διχοτόμοι των εξωτερικών γωνιών \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ τέμνονται στο σημείο I . Να αποδειχθεί ότι το I ισαπέχει από τις ευθείες AB και $A\Gamma$. [Υπόδ: Φέρε $IZ \perp B\Gamma$]
11. Στις προεκτάσεις των πλευρών AB και $A\Gamma$ ενός τριγώνου $AB\Gamma$ (προς το μέρος των B και Γ) παίρνουμε αντίστοιχα τμήματα $B\Delta = AB$ και $\Gamma E = A\Gamma$. Αν ΔZ και $E\text{H}$ είναι κάθετες στην $B\Gamma$, να αποδειχθεί ότι $\Delta Z = E\text{H}$.



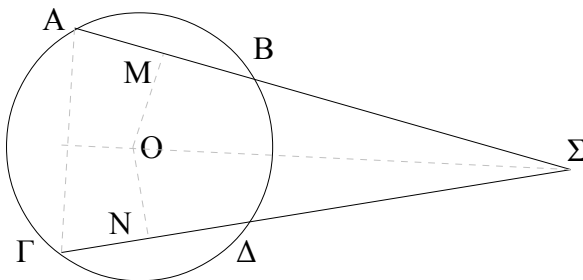
12. Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) φέρνουμε τα ύψη $B\Delta$ και ΓE , τα οποία τέμνονται στο σημείο I . Να αποδειχθεί ότι:

- i. $AI \perp B\Gamma$
- ii. $AI \perp A\Delta E$



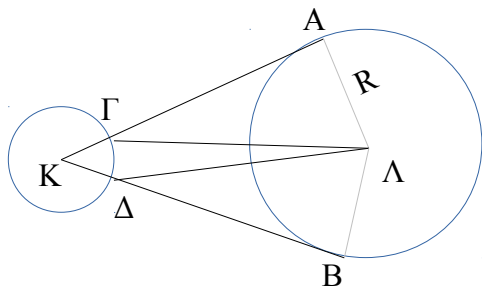
13. Δίνονται δύο ίσες χορδές AB και $\Gamma\Delta$ ενός κύκλου με κέντρο O , των οποίων οι προεκτάσεις προς τα σημεία B και Δ τέμνονται στο σημείο Σ . Να αποδειχθεί ότι:

- i. $\Sigma B = \Sigma\Delta$
- ii. $\Sigma O \perp A\Gamma$

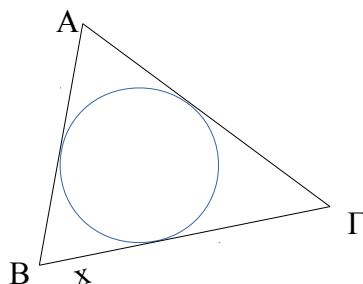


Ευθεία και κύκλος

14. Δίνονται δύο κύκλοι (K, ρ) και (Λ, R) με $K\Lambda > R + \rho$. Έστω ΚΑ και ΚΒ τα εφαπτόμενα τμήματα προς τον κύκλο (Λ, R) που τέμνουν τον κύκλο (K, ρ) στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα. Να αποδειχθεί ότι $\Lambda\Gamma = \Lambda\Delta$.



15. Στο παρακάτω σχήμα οι πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ εφάπτονται εξωτερικά στον κύκλο. Να αποδείξετε ότι: $x = \frac{\alpha + \gamma - \beta}{2}$



16. Μια ευθεία ϵ τέμνει δύο ομόκεντρους κύκλους, με τη σειρά, στα σημεία Α, Β, Γ και Δ. Να αποδειχθεί ότι: $AB = \Gamma\Delta$. [Υπόδ: Φέρε το απόστημα $OM \perp \Lambda\Delta$.]
17. Δίνονται οι δύο κύκλοι (K, ρ) και (Λ, R) με $\rho < R$, όπως στο σχήμα. Να αποδειχθεί ότι:
- Τα κοινά εξωτερικά εφαπτόμενα τμήματα ΑΒ και ΓΔ είναι ίσα.
 - Τα κοινά εξωτερικά εφαπτόμενα τμήματα, προεκτεινόμενα, τέμνονται πάνω στην ευθεία της διακέντρου.

