

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να λυθεί η εξίσωση:  $\left| \frac{x+25}{x+1} \right| = 5$  [ Απ:  $x=5$  ή  $x=-5$  ]

2. Να λύσετε τις ανισώσεις:

i.  $|x+2| \leq 3$  [ Απ:  $-5 \leq x \leq 1$  ]

ii.  $|2x-2| \geq 2$  [ Απ:  $x \leq 0$  ή  $x \geq 2$  ]

3. Να λυθεί η εξίσωση:  $|x-2| + |x+1| = |x+2|$  [ Απ:  $x=1$  και  $x=3$  ]

4. Δίνεται η παράσταση:

$$A = |2x-4| + |8-4x| - 6 \cdot \frac{x^2-4x+4}{|x-2|} + 2004$$

i. Για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται η παράσταση  $A$ ;

ii. Να αποδειχθεί ότι  $A = 2004$  για κάθε  $x \neq 2$  [ Απ: Ιδιότητες ]

5. Αν  $\alpha < 2 < \beta$ , να απλοποιηθεί η παράσταση:

$$A = |\alpha - \beta| - |\beta - 2| + |\alpha - 2| - 2 \cdot |\alpha - 3|$$
 [ Απ:  $x=2$  ]

6. Δίνεται η παράσταση  $A = |x-3| + 3x - 1$

i. Να την γράψετε χωρίς τα απόλυτα. [ Απ:  $A=4x-4$  και  $2x+2$  ]

ii. Για ποιες τιμές του  $x$  είναι  $A=0$  [ Απ:  $x=-1$  ]

7. Δίνεται η παράσταση  $A = |x-2| + |3-x| + 2x - 3$

i. Να την γράψετε χωρίς απόλυτα. [ Απ:  $A=2, 2x-2, 4x-8$  ]

ii. Για ποιες τιμές του  $x$ , η παράσταση  $A$  είναι ανεξάρτητη από το  $x$  (δηλαδή δεν περιέχει  $x$ ); [ Απ:  $x \leq 2$  ]

iii. Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του  $x$ , τέτοιες ώστε  $A(x)=0$ . [ Απ: Όχι ]

8. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i.  $|x-3|+|6-2x|=12$  [ Απ:  $x=-1$  και  $x=7$  ]

ii.  $3(|x+2|-5)-4(|4+2x|-2)=|x+2|-25$  [ Απ:  $x=1$  και  $x=-5$  ]

iii.  $\frac{6-|x-2|}{3} - \frac{1-|2-x|}{2} = \frac{|x-2|+3}{6} - \frac{1-|4-2x|}{5}$  [ Απ:  $x=-1$  και  $x=5$  ]

iv.  $|5-|x+2||=8$  [ Απ:  $x=11$  και  $x=-15$  ]

v.  $|x+3|-12=2x$  \*\*\* [ Απ:  $x=-5$  ]

vi.  $2|x+2|+4=3|1-x|$  [ Απ:  $x=-1$  και  $x=11$  ]

9. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i.  $|1-2x|+|4x-2| \leq 12 - |1-2x|$  [ Απ:  $-1 \leq x \leq 2$  ]

ii.  $2(|x-5|-3)+3(|10-2x|-4) \geq 6$  [ Απ:  $x \in (-\infty, 2) \cup [8, +\infty)$  ]

iii.  $\frac{|x-3|-2}{3} + \frac{|3-x|+1}{4} < \frac{|6-2x|-1}{6}$  [ Απ:  $x \in (2, 4)$  ]

iv.  $||x-5|-9| \leq 2$  [ Απ:  $x \in (-6, -2) \cup [12, 16)$  ]

v.  $|5-|x+7|| \geq 8$  [ Απ:  $x \in (-\infty, 20) \cup [6, +\infty)$  ]

vi.  $|x+3|+|2-x| \leq 4-x$  [ Απ:  $-5 \leq x \leq -1$  ]

10. Με βάση τη θεωρία των απόλυτων τιμών (ορισμό, ιδιότητες, αποδεικτικές μεθόδους, κλπ) να λύσετε τις ασκήσεις:

i. Αποδείξτε ότι  $|a^2+ab| \leq a^2+|ab|$  για κάθε  $a, b \in \mathbb{R}$

ii. Αν  $\left| \frac{\alpha+2\beta}{\beta+2\alpha} \right| \leq 1$  να αποδείξετε ότι  $|\beta| \leq |\alpha|$